



Les quatre expressions polaires de l'astigmatisme

Olivier Touzeau

Contrairement à la description d'une amétropie sphérique pure qui est unique, en présence d'un astigmatisme, la réfraction d'une amétropie peut être exprimée de quatre manières différentes. Outre les expressions conventionnelles en « cylindre négatif » et « cylindre positif », il est également possible de décrire l'astigmatisme à l'aide d'un « double cylindre » ou d'un « cylindre de Jackson ». Ces quatre expressions de la réfraction qui sont optiquement équivalentes correspondent à une combinaison spécifique de verres sphéro-cylindriques. Chacune de ces expressions permet de mieux analyser un aspect clinique particulier de l'astigmatisme.

Les expressions polaires utilisent au moins un axe pour définir l'astigmatisme

La plupart des expressions de la réfraction sont dites « polaires » en raison de leur analogie avec les coordonnées polaires (distance, angulation) qui localisent un point dans un plan. Toutes les expressions polaires ont en commun le fait d'utiliser au moins une donnée directionnelle : l'axe du cylindre. Les expressions polaires de la réfraction découlent plus ou moins directement des règles de prescription des verres correcteurs (tableau I).

Les expressions « non polaires » décrivent la réfraction sans aucune donnée directionnelle, mais avec une formulation plus abstraite et mathématiquement plus complexe (coordonnées rectangulaires, matrice, nombre complexes...).

Tableau I. Les quatre expressions de la réfraction.

Expressions	Exemple numérique		Formule	
	composante :		composante :	
	sphérique	astigmat	sphérique	astigmat
Cylindre positif	-3	(+2 × 30°)	Sph	(Cyl × axe)
Cylindre négatif	-1	(-2 × 120°)	Sph+Cyl	(-Cyl × axe ±90°)
Double cylindre	0	(-1 × 30°) (-3 × 120°)	nulle	(Sph+Cyl × axe) (Sph × axe)
Cylindre de Jackson	-2	(+1 × 30°) (-1 × 120°)	Sph+Cyl/2	(Cyl/2 × axe) (-Cyl/2 × axe ±90°)

L'astigmatisme peut être exprimé de quatre manières différentes

Si une amétropie sphérique pure est décrite parfaitement et sans ambiguïté par une donnée quantitative unique, l'expression de l'astigmatisme est plus complexe puisqu'il faut nécessairement en plus de la donnée quantitative (cylindre) une donnée directionnelle (axe). En optique géométrique, l'astigmatisme peut se réduire à deux droites focales orthogonales (conoïde de Sturm) qu'il est possible de repositionner sur la rétine à l'aide de verres sphériques et cylindriques adéquats. Concrètement, il y a quatre possibilités pour repositionner les deux droites focales sur la rétine (figure 1) :

- déplacement d'une des droites focales sur l'autre par un cylindre puis repositionnement sur la rétine des deux focales fusionnées par une sphère spécifique. Ce sont les expressions en « cylindre négatif » (recul de la focale antérieure) et en « cylindre positif » (avancée de la focale postérieure) ;
- repositionnement direct des deux droites focales sur la rétine par deux cylindres sans utilisation de sphère (expression en « double cylindre » ou « cylindre croisé ») ;
- déplacement symétrique et opposé des deux droites focales l'une vers l'autre à l'aide d'un cylindre croisé de Jackson. Les deux focales fusionnées sont replacées sur la rétine par un verre sphérique égal à l'équivalent sphérique.

Centre hospitalier national d'ophtalmologie des Quinze-Vingts, Paris

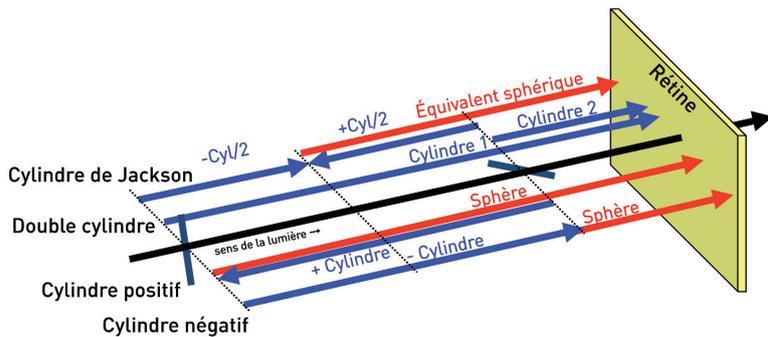


Figure 1. Action optique des sphéro-cylindres des quatre expressions de la réfraction.

La puissance réfractive d'un sphéro-cylindre varie selon le méridien en décrivant une courbe sinusoïdale sur un cycle de 180° avec une phase (axe), une amplitude (cylindre) et une constante (sphère). Chacune des quatre expressions de la réfraction correspond à une décomposition spécifique de la courbe du sphéro-cylindre en une constante et une ou deux fonction(s) sinusoïdale(s) (figure 2).

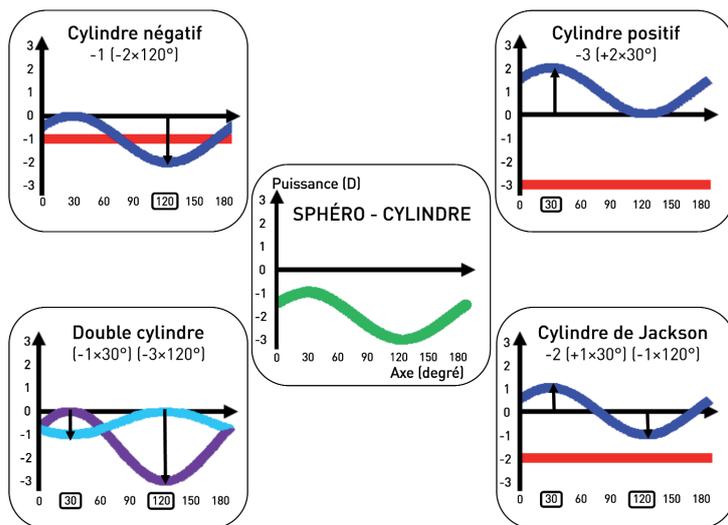


Figure 2. Puissance réfractive d'un sphéro-cylindre selon le méridien.

L'expression en « cylindre positif » a pour axe le méridien le plus puissant

L'expression en cylindre positif consiste concrètement à utiliser un cylindre convergent pour avancer la droite focale postérieure vers la droite focale antérieure. L'axe du cylindre positif correspond au méridien le plus puissant et donc au méridien le plus bombé de la cornée (sauf exception). Par convention, les topographies cornéennes indiquent l'astigmatisme en cylindre positif (réglage par défaut). Les cornées toriques présentent souvent, sur les

cartes de courbure (axiale et tangentielle) des topographies Placido, un sablier (« bow tie ») rouge, du moins pour les asphéricités physiologiques (« prolata »). L'axe du sablier correspond à l'axe du cylindre positif (figure 3).

L'expression en cylindre positif est particulièrement adaptée quand on s'intéresse au méridien cornéen le plus bombé et par conséquent aux situations où on est amené à faire un geste « relaxant ». Ainsi, une incision arciforme sera effectuée sur l'axe du cylindre positif. De même, devant un astigmatisme postopératoire important, le fil de suture à ôter en priorité est le fil correspondant à l'axe du cylindre positif (points séparés des kératoplasties). L'analyse statistique des données de la réfraction utilise volontiers l'expression en cylindre positif. Ainsi, du fait de l'existence d'une racine carré (théorème de Pythagore, norme vectorielle), le calcul d'un astigmatisme moyen ou d'une variation d'astigmatisme sera directement obtenu en cylindre positif.

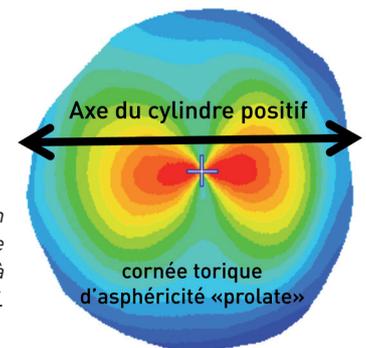


Figure 3. Le méridien bombé de la topographie cornéenne correspond à l'axe du cylindre positif.

L'expression en « cylindre négatif » est à préférer pour déterminer la réfraction

La plupart des praticiens effectuent la réfraction en cylindre négatif. En reculant la droite focale antérieure vers la droite focale postérieure, un cylindre négatif présente l'avantage, par rapport à un cylindre positif, d'éviter de solliciter l'accommodation lors de la détermination de la réfraction subjective. L'astigmatisme des lentilles de contact toriques est toujours indiqué en cylindre négatif. Les cylindres contenus dans les réfracteurs sont également tous négatifs de façon à limiter le frottement des verres (cylindre concave). L'axe du cylindre négatif indique le méridien le moins puissant, c'est-à-dire en pratique le méridien cornéen le plus plat. Néanmoins, les possibilités d'action thérapeutique portant sur le méridien cornéen le plus plat sont beaucoup moins nombreuses que celles portant sur le méridien bombé. L'axe du cylindre négatif ne correspond à l'axe du sablier des cartes de courbure Placido que dans les très rares cas de cornées toriques ayant une asphéricité oblate (sablier bleu).

L'écriture en « double cylindre » analyse l'état réfractif des deux méridiens principaux

Cette expression est facilement obtenue en décomposant la sphère en deux cylindres orthogonaux de même puissance :

$$\text{Sph} = (\text{Sph} \times \text{axe}) + (\text{Sph} \times \text{axe} \pm 90^\circ) \text{ (figure 4).}$$

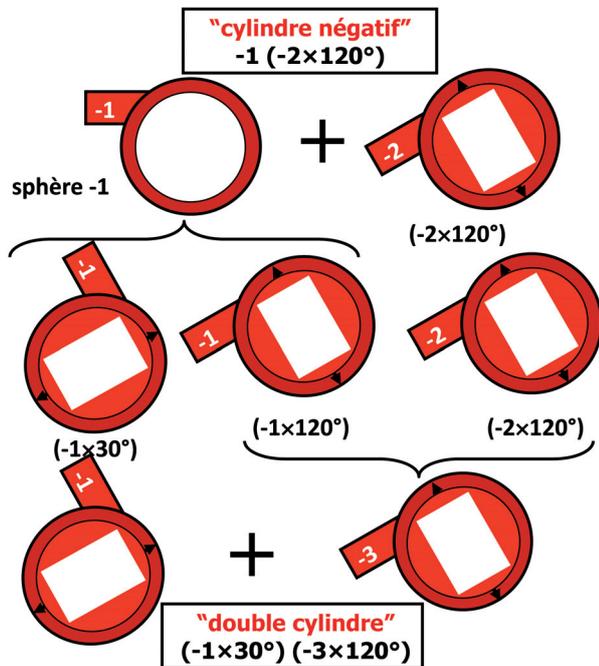


Figure 4. Passage à l'expression en double cylindre ou cylindre croisé.

L'originalité de l'écriture en double cylindre est d'exprimer la réfraction en n'utilisant que deux cylindres à l'exclusion de toute sphère. Les deux cylindres peuvent avoir des valeurs et des signes différents, mais ont nécessairement des axes orthogonaux. Contrairement aux cylindres des autres expressions, les deux cylindres n'indiquent pas ici la magnitude de l'astigmatisme qui est égale à la différence des deux cylindres. Par contre, les deux cylindres apportent une information directe sur la position des deux droites focales par rapport à la rétine. Ainsi, devant une variation de la réfraction, il peut être intéressant d'analyser séparément le comportement de chacun des deux méridiens principaux.

Exemple de variation réfractive induite par des incisions arciformes sur un astigmatisme majeur (post-kératoplastie transfixiante) :

Avant incision : +3 (-8) x 150° ↔ (+3) x 60° et (-5) x 150°

Après incision : +1 (-4) x 150° ↔ (+1) x 60° et (-3) x 150°

L'expression en double cylindre montre que la variation réfractive de l'un des méridiens est ici associée à une variation réfractive opposée du méridien controlatéral. Autrement dit, les deux méridiens principaux ont contribué de façon égale au changement réfractif (d'où l'équivalent sphérique inchangé). La variation d'astigmatisme a été évaluée ici par la simple soustraction des cylindres car l'axe est resté identique (sinon une méthode vectorielle aurait été nécessaire).

L'expression en double cylindre permet de calculer la réfraction au niveau cornéen en prenant en compte la distance verre-œil. Cette correction est importante si on a affaire à des amétropies importantes (supérieures à 4 D). Une plus grande précision que les abaques peut être obtenue avec la formule suivante :

$$\text{Réfraction cornée} = \frac{1000 \times \text{réfraction lunettes}}{1000 - (\text{réfraction lunettes} \times \text{distance en mm})}$$

La formule doit impérativement être appliquée séparément pour chacun des deux méridiens principaux, d'où la nécessité d'exprimer au préalable la réfraction en double cylindre. En effet, seuls les deux cylindres de cette expression quantifient la puissance réfractive du sphéro-cylindre des deux méridiens principaux. Le cylindre des autres expressions ne quantifie que la différence de puissance du sphéro-cylindre entre ces deux méridiens principaux.

Exemple numérique :

$$-6 (+2) \times 90^\circ \text{ ou } -4 (-2) \times 0^\circ \Leftrightarrow (-4) \times 90^\circ \text{ et } (-6) \times 0^\circ$$

(réfraction « lunettes »)

$$-4 \text{ D} \rightarrow \frac{1000 \times (-4)}{1000 - (-4 \times 12)} \approx -3,82 \text{ D}$$

$$-6 \text{ D} \rightarrow \frac{1000 \times (-6)}{1000 - (-6 \times 12)} \approx -5,60 \text{ D}$$

$$(-3,82) \times 90^\circ \text{ et } (-5,60) \times 0^\circ \Leftrightarrow -5,60 (+1,78) \times 90^\circ$$

ou $-3,82 (-1,78) \times 0^\circ$
(réfraction « cornée »)

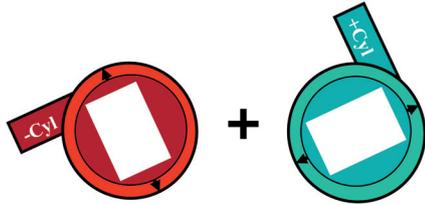
L'application de la formule à la sphère et au cylindre des expressions en cylindre positif ou cylindre négatif aboutirait à un résultat erroné qui serait d'ailleurs différent selon le signe du cylindre.

L'expression avec le cylindre de Jackson isole une composante astigmatique pure

Cette expression utilise le concept de cylindre croisé de Jackson c'est-à-dire deux cylindres de puissance

opposée placés orthogonalement (figure 5). Contrairement à l'expression en double cylindre, les deux cylindres ont ici nécessairement la même valeur de puissance avec un signe opposé.

Figure 5. Un cylindre de Jackson est constitué de deux cylindres de puissance opposée situés orthogonalement.



Les axes du cylindre de Jackson correspondent aux deux axes des expressions en cylindre positif et cylindre négatif tandis que la valeur du cylindre doit être égale à la moitié du cylindre de ces expressions. La principale propriété optique du cylindre croisé de Jackson est d'avoir

un équivalent sphérique nul (d'où son utilisation en clinique pour affiner la détermination de l'astigmatisme subjectif). Le fait d'utiliser un cylindre croisé de Jackson pour exprimer l'astigmatisme permet de **séparer la réfraction en deux composantes pures et statistiquement indépendantes : sphérique et astigmatisme**.

Réfraction = équivalent sphérique + cylindre croisé de Jackson

Malgré son caractère un peu abstrait, cette expression est **la plus utile pour les analyses statistiques** puisqu'elle constitue la voie d'entrée aux expressions non polaires de la réfraction. En supprimant le caractère directionnel des données (axe) et le cycle non trigonométrique de l'astigmatisme (180° et non 360°), ces expressions permettent des analyses statistiques de la réfraction très détaillées qui seraient impossibles avec les expressions polaires.

Bibliographie

Holladay JT. Quality of vision: Essential optics for cataract and refractive surgeon. Thorofare:Slack incorporated, 2007.

Roth A, Gomez A, Pêchereau A. La réfraction de l'œil : du diagnostic à l'équipement optique. Atlas en ophtalmologie. Paris : Elsevier-Masson, 2007.

Thibos LN, Wheeler W, Horner D. Power vectors: an application of Fourier analysis to the description and statistical analysis of refractive error. *Optom Vis Sci.* 1997;74:367-75.

Touzeau O, Costantini E, Gaujoux T, Borderie V, Laroche L. Réfrac-

tion moyenne et variation de réfraction calculées dans un espace dioptrique. *J Fr Ophtalmol.* 2010;33(9):659-79.

Touzeau O, Gaujoux T, Costantini E, Borderie V, Laroche L. Les différentes expressions polaires et non polaires de la réfraction. *J Fr Ophtalmol.* 2010;33(1):56-71.

Touzeau O, Scheer S, Allouch C, Borderie V, Laroche L. Astigmatisme : analyses mathématiques et représentations graphiques. Encyclopédie Médico-Chirurgicale Ophtalmologie 21-200-A-20, 2004;1-44.